

Náhradná písomná práca:

- 1./ Koľkými priamkami možno spojiť 7 bodov v rovine ak: a) žiadne tri neležia na tej istej priamke ?
- 2./ Koľko prirodzených trojciferných čísel sa dá zostaviť z cifier 2,3,4,5,6,7 ? Koľko trojciferných čísel je deliteľných piatimi ? (cifry sa nesmú opakovat)
čiastočne
- 3./ Koľkými spôsobmi môže učiteľ vybrať spomedzi 12 žiakov troch na odnesenie kníh z nemeckého jazyka ?
- 4./ Koľko existuje prirodzených čísel deliteľných piatimi menších ako 8000, zostavených z číslic 0, 1, 2, 5, 7, 9
- 5./ Koľko signáov môžeme vyslať vytiahnutím súčasne 3 červených, 2 bielych a 2 zelených zástav na stážeň lode?
- 6./ Štátnej poznávaciu značku tvoria dve písmená, tri čísla a dve písmená. Koľko značiek môžno utvoriť ak použijeme 25 písmen ?
- 7./ Koľko rôznych šestmiestnych čísel možno zostaviť z cifier 1, 2, 3?
- 8./ Na MHD sa niekde používajú lístky s deviatimi štvorčekmi označenými číslami 1 až 9. Po nastúpení cestujúci zasunie lístok do strojčeka, ktorý predierkuje tri alebo štyri z nich. Koľko je rôznych spôsobov predierkovania lístka?
- ~~9./ Koľkými spôsobmi možno posadiť za kruhový stôl 12 ľudí, ak pritom pre každého z nich nie je dôležité miesto na ktorom sedí, ale len kto je jeho sused sprava a zľava.~~
- ~~10./ V debni je 49 výrobkov, z nich je iba 6 dobrých. Náhodne vytiahneme z nich 6 výrobkov. Aká je pravdepodobnosť, že z vytiahnutých výrobkov sú aspoň štyri dobré.~~

...mesto na ktorom sedí, ale len "kto je jeho sused správa a zlava.

- 10./ V díbni je 49 výrobkov, z nich je iba 6 dobrých. Náhodne vytiahneme z nich 6 výrobkov. Aká je pravdepodobnosť, že z vytiahnutých výrobkov sú aspoň štyri dobré.
- 11./ Hádzeme dvoma kockami a vypočítame súčet bodov, ktoré nám padli: aká pravdepodobnosť, že padne súčet 9.
- 12./ Z 32 kariet vyberáme 7. Aká je pravdepodobnosť, že medzi nimi budú 3 srdcia?
- 13./ Hádzeme dvoma kockami. Aká je pravdepodobnosť, že súčet padnutých čísel je väčší ako tri?
- 14./ Koľkými spôsobmi môžu sedieť v kine siedmi kamaráti A,B,C,D,E,F,G tak, aby kamarát B sedel na sedadle č.4 a kamarát G na sedadle č.2 ?
- 15./ Do tanecnej prišlo 24 chlapcov a 15 dievčat, koľkými rôznych párov môžeme utvoriť?
- 16./ Z triedy 20 žiakov, koľkými spôsobmi možno vybrať dvojicu pre nočnú hliadku?
- 17./ Koľko hráčov sa zúčastnilo na turnaji v stolnom tenise, keď v dvojhre sa odohralo 21 stretnutí a každý z hráčov hral raz?
- 18./ V triede je 20 dievčat a 15 chlapcov. Koľko rôznych päťčlenných hliadiok na branné preteky možno utvoriť, ak v hliadke majú byť 3 dievčatá a 2 chlapci?
- ~~19./ Vypočítajte: $\frac{C_3(28)}{C_4(32)}$~~

Písomná práca ¾

0 0 0

- 1./ Hokejové družstvo má 20 hráčov: 13 útočníkov, 5 obrancov a 2 brankárov. Koľko rôznych zostáv môže tréner utvoriť, ak zostava má mať 3 útočníkov, 2 obrancov a 1 brankára.
- 2./ Aká je pravdepodobnosť, že pri hode kocky padne:
- a/ párne číslo b/ číslo deliteľné dvoma c/ číslo menšie ako šesť
- 3./ Učiteľ má k dispozícii 20 aritmetických a 30 geometrických úloh. Na písomnej práci majú byť dva aritmetické a tri geometrické úlohy. Koľko má učiteľ možností na vytvorenie písomnej práce?
- 4./ Zo 7 mužov a 4 žien máme vytvoriť 6 – člennú skupinu, v ktorej majú byť 3 ženy. Vypočítajte, koľko máme možností.



- 5./ V laboratóriu je 60 baniek, z ktorých je 6 zle označených. Aká je pravdepodobnosť, že vyberieme 5 medzi ktorými budú 3 správne označené banky.
- 6./ Aká je pravdepodobnosť, že vo vytvorenej trojici, ktorú tvoríme z 19 chlapcov a 12 dievčat, boli: a/ samí chlapci, b/ samé dievčatá, c/ dvaja chlapci a jedno dievča
- 7./ Vypočítajte rovnice a urobte skúšku:

Písomná práca

- 1./ Aká je pravdepodobnosť, že pri hode kocky padne:
a/ párne číslo b/ číslo deliteľné troma c/ číslo väčšie ako šest
- 2./ Hokejové družstvo má 20 hráčov: 13 útočníkov, 5 obrancov a 2 brankárov. Kol'ko rôznych zostáv môže tréner utvoriť, ak zostava má mať 3 útočníkov, 2 obrancov a 1 brankára.
- 3.) V debni s 30 výrobkami sú 3 chybné. Určite pravdepodobnosť, že medzi piatimi náhodne vybranými výrobkami budú najviac 2 chybné.
- 4./ Učiteľ má vybrať na recitačnú súťaž, troch študentov z 3.A, a 2 študentov z 3.B triedy. Má k dispozícii 22 študentov 3.A, a 17 študentov z 3.B triedy. Kol'ko má možnosti výberu?

OTOC

5./ Kol'ko je možností usporiadania sedadiel pre kamarátov: A,B,C,D,E, ak A sedí vedľa kamaráta C.

6./ Janko napísal ľubovoľné číslo od 1 do 20. Aká je pravdepodobnosť, že napísal prvočíslo?

7./ Aká je pravdepodobnosť že Zuzka napísala číslo 445 ak mala k dispozícii cifry 0,2,3,4,5,6,7 ? (pozor myslíme len trojcierné čísla) ČIĀSTOČNE

8./ Rieš rovnice a urob skúšku správnosti:

$$a) 2 - \frac{5x - 2}{7} = \frac{x - 10}{2}$$

$$b) \frac{3x + 1}{8} + 15 = \frac{5x + 1}{3} - \frac{17 - x}{2}$$

$$c) 2 - \frac{x - 1}{3} = 4 - \frac{x + 5}{3}$$

$$d) \frac{x(2x + 1)}{2} - \frac{x(5x + 1)}{5} = \frac{3x + 1}{10}$$

Písomná práca ¾ ročná 2.P

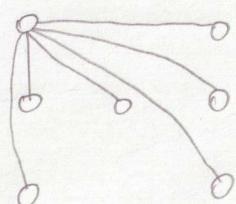
○ ○ ○ ○

- 1./ Latinská abeceda má 26 písmen. Koľko úplne rôznych 6-písmenkových „slov“ z nej možno utvoriť?
- 2./ Hokejové mužstvo má 2 brankárov, 8 obrancov, 12 útočníkov. Koľko rôznych zostáv môže z nich tréner zostaviť, ak na ľade sú 1 brankár, 2 obrancovia a 3 útočníci.
3. Koľkými priamok možno vytvoriť ak máme 7 bodov v rovine, a ak: žiadne tri neležia na tej istej priamke ?
- 4./ Na MHD sa niekde používajú lístky s deviatimi štvorčekmi označenými číslami 1 až 9. Po nastúpení cestujúci zasunie lístok do strojčeka, ktorý predierkuje štyri z nich. Koľko je rôznych spôsobov predierkovania lístka?
- 5./ Učiteľ má k dispozícii 20 aritmetických a 30 geometrických príkladov. Na písomnú prácu má vybrať 1 aritmetický a 2 geometrické príklady. Koľko možností má na zostavenie písomnej práce?
- 6./ V triede je 20 dievčat a 15 chlapcov. Koľko rôznych päťčlenných hliadok na branné preteky možno utvoriť, ak v hliadke majú byť 3 dievčatá a 2 chlapci?

- 7.) Kol'ko prirodzených trojciferných čísel deliteľných piatimi , sa dá zostaviť z cifier 0,2,3,4,5,6,7 ?
- 8./ V žrebčinci majú 10 bielych a 8 čiernych koní, rovnakej výkonnosti. Koľkými spôsobmi možno urobiť výber dvojice jeden čierny a jeden biely kôň na preteky?
- 9./ Koľko je rôznych umiestnení mužov, na plaveckých pretekoch, ktorých sa zúčastnilo 20 plavcov z toho 8 žien? / plavci, to sú ženy a muži/
- 10./ Koľko existuje prirodzených čísel menších ako 8000, zostavených z číslic 0, 1, 2, 5,7,9
- 11./ Štátnej poznávaciu značku tvoria tri písmená a tri čísla Koľko značiek môžeme utvoriť ak použijeme 28 písmen ?
- 12./ Na hodine Tv stojí v rade 5 dievčat , z ktorých dve sú sestry, a chcú stáť vedľ'a seba. Koľkými spôsobmi môžeme rozostaviť dievčatá, aby sestry stáli vedľ'a seba?
- 13./ Koľko je možných usporiadania desiatich kníh na poličke, tak, aby štyri detektívky boli vedľ'a seba?
- 14./ Do tanečnej prišlo 24 chlapcov a 15 dievčat, koľkými rôznych párov môžeme utvoriť?

Náhradná písomná práca:

①



- z prvého bodu môže viesť 6 priamok
- z 2. bodu môže viesť 5 priamok
- ⋮
- z toho vyplýva $6+5+4+3+2+1 = \underline{21}$ rôznych priamok

② 2, 3, 4, 5, 6, 7

A B C

Na prvé miesto máme na výber 6 rôznych cifier.

Na druhé miesto môžem dať 5 rôznych cifier
(jedna už je použitá na prvom mieste "A").

Na tretie miesto môžem dať 4 rôzne cifry
(jedna už je použitá na mieste "A" a jedna
na mieste "B"; cifry sa nesmú opakovat)

⇒ Z daných cifier možno zostaviť $6 \cdot 5 \cdot 4 = \underline{120}$
rôznych 3-cif. čísel.

(Ak by sa mohli opakovat, bolo by ich $6^3 = 216$)

③ b) Aby bolo číslo deliteľné piatimi, musí končiť na 5 alebo 0. K dospozicii máme len č. 5:

A B C

→ na mieste "C" môže byť len jedna
cifra = "5"

→ na mieste "B" máme na výber 5
rôznych cifier (okrem cifry "5", tú je
použitá na treťom mieste)

→ na miesto "A" môžeme dať 4 rôzne
cifry (okrem tých, kt. som použil
na miestach "B" a "C")

$$\Rightarrow 4 \cdot 5 \cdot 1 = \underline{20} \text{ rôznych čísel z } 120 \text{ je deliteľných piatimi.}$$

$$③ \binom{12}{3} = \frac{12!}{3!(12-3)!} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9!}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 9!} = 2 \cdot 11 \cdot 10 = \\ = \underline{220 \text{ spôsobov}}$$

④

$$0, 1, 2, 5, 7, 9 \rightarrow \text{deliteľné č. 5}$$

$< 8'000$

Prirodzené čísla sú všetky kladné celé čísla.

1-ciferné: 1, 2, 5, 7, 9 \Rightarrow iba 1 číslo je deliteľné 5.

2-cif.: A B

\Rightarrow na 1. miesto "A" môžem dať čokoľvek okrem č. 0 \Rightarrow 5 čísel

\Rightarrow na 2. miesto "B" môžem dať len dve čísla \Rightarrow 0 alebo 5, aby bolo č. deliteľné číslom 5

$$\Rightarrow 5 \cdot 2 = \underline{\underline{10}}$$

3-cif.: A B C

\Rightarrow na 1. miesto "A" môžem dať čokoľvek okrem č. 0 \Rightarrow 5 cifier

\Rightarrow na 2. miesto "B" môžem dať všetkých 6 cifier

\Rightarrow na 3. miesto "C" môžem dať len 2 cifry, aby bolo číslo deliteľné piatimi

$$\Rightarrow 5 \cdot 6 \cdot 2 = \underline{\underline{60}}$$

4-cif.: A B C D

\Rightarrow na 1. miesto "A" môžem dať len cifry 1, 2, 5, 7 \Rightarrow 4 cifry

"0" nemôžem, rznoko by 3-ciferné číslo "9" nemôžem, č. musí byť $< 8'000$

\Rightarrow na 2. a 3. miesto môžem dať čokoľvek \Rightarrow 6 cifier

\Rightarrow na 4. miesto "D" môžem dať len cifry 0 a 5 \Rightarrow 2 cifry

$$\Rightarrow 4 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 2 = \underline{\underline{288}}$$

\Rightarrow Prirodzených čísel deliteľných piatimi menších ako 8'000 zostavencích z daných 6 cifier existuje $1+10+60+288$ a teda 359.

⑤ 3č, 2b, 2z

$$\frac{P(7)}{P(3) \cdot P(2) \cdot P(2)} = \frac{7!}{3! \cdot 2! \cdot 2!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3!}{3! \cdot 2 \cdot 2} = \\ = \underline{\underline{210 \text{ rôznych signálov}}$$

⑥ P P C C C P P

$$25 \cdot 25 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 25 \cdot 25 = 10^3 \cdot 25^4 = \underline{\underline{390'625'000}}$$

⑦ 1, 2, 3 \rightarrow 6-miestne čísla

$$V_6^3(3) = 3^6 = \underline{\underline{729}} \text{ rôznych 6-m. čísel}$$

⑧

1	2	3
4	5	6
7	8	9

a) predvierka 3 čísla:

$$C_3(9) = \binom{9}{3} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{3! \cdot 6!} = \underline{\underline{84}}$$

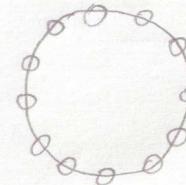
b) predvierka 4 čísla:

$$C_4(9) = \binom{9}{4} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{4! \cdot 5!} = \underline{\underline{126}}$$

Predvierka 3 v 4 čísla $\Rightarrow 84 + 126 = \underline{\underline{210}}$

spôsobov predvierkovania

⑨



$$\frac{12!}{12} = 11! = \underline{\underline{39'916'800}}$$

spôsobov

⑩

výrobkov 49

dobrých 6 z nich

vytiahneme 6 z 49

$P[\text{2 vytiahnutých výrobkov sú a spôsob 4 dobré}] =$

$$= P[4 \text{ sú dobré}] + P[5 \text{ je dobrých}] + P[6 \text{ je dobré}]$$

$$= \frac{\binom{6}{4} \cdot \binom{43}{2}}{\binom{49}{6}} + \frac{\binom{6}{5} \cdot \binom{43}{1}}{\binom{49}{6}} + \frac{\binom{6}{6} \cdot \binom{43}{0}}{\binom{49}{6}} =$$

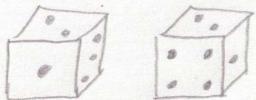
$$= \frac{\binom{6}{4} \cdot \binom{43}{2} + \binom{6}{5} \cdot \binom{43}{1} + \binom{6}{6} \cdot \binom{43}{0}}{\binom{49}{6}} =$$

$$= \frac{\frac{6!}{2! \cdot 4!} \cdot \frac{43!}{2! \cdot 41!} + \frac{6!}{1! \cdot 5!} \cdot \frac{43!}{42! \cdot 1!}}{49!} + 1 \cdot 1 =$$

$$= \frac{\frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{2 \cdot 4!} \cdot \frac{6! \cdot 43!}{2 \cdot 4 \cdot 3!} + \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 5!} \cdot \frac{43 \cdot 42!}{1 \cdot 42!}}{49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44 \cdot 43!} + 1 =$$

$$= \frac{13'804}{13'983'816} = \frac{720 \cdot 43!}{0,000'987} = 0,0987 \% = \underline{\underline{0,1\%}}$$

(11)



$$\text{súčet} = 9$$

$$p = \frac{m}{n} \rightarrow \text{vyhovujúce možnosti}$$

$$n \rightarrow \text{všetky možnosti}$$

~ vypíšem si všetky možnosti padnutia dvoch kociek tak, aby bol súčet 9:

$$\begin{array}{rcl} 3 & 6 \\ 4 & 5 \\ 5 & 4 \\ 6 & 3 \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} m=4$$

$$\Rightarrow p = \frac{4}{6 \cdot 6} = 0,11 = \underline{\underline{11,1\%}}$$

(12)

kariet 32

vyberieme 7

$$P[\text{medzi vytiahnutými bude 3 srdcia}] = ?$$

~ srdcových kariet spolu 8

$$\Rightarrow P = \frac{\binom{8}{3} \cdot \binom{24}{4}}{\binom{32}{7}} = \frac{\frac{8!}{3! \cdot 5!} \cdot \frac{24!}{4! \cdot 20!}}{\frac{32!}{7! \cdot 25!}}$$

$$P = \frac{\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{6 \cdot 5!} \cdot \frac{24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21 \cdot 20!}{24 \cdot 20!}}{\frac{32 \cdot 31 \cdot 30 \cdot 29 \cdot 28 \cdot 27 \cdot 26 \cdot 25!}{5040 \cdot 25!}}$$

$$P = 0,17679 = \underline{\underline{17,7\%}}$$

(13)

Hádzame dve rôzne kockami. Súčet padnutých čísel je v rozmedíu 2 - 12.

$$P[\text{súčet} > 3] = ?$$

Vypočítam si pravdep., že súčet je najviac 3, t.j. pravdep. opačného javu:

- všetky možnosti, aby bol súčet 2 : 1+1

- všetky možnosti, aby bol súčet 3 : 1+2
2+1

$$\Rightarrow m = 3$$

$$P[\text{súčet} \leq 3] = \frac{3}{6 \cdot 6} = 0,08333$$

$$P[\text{súčet} > 3] = 1 - P[\text{súčet} \leq 3] = 1 - 0,08333 = 0,91666 = \underline{\underline{91,7\%}}$$

(14)

A B C D E F G



sedí na č. 4



sedí na č. 2

~ kamarátia B a G majú presne dané kde sedia, rozsúdiam teda iba 5 kamarátorov

$$\Rightarrow P(5) = 5! = \underline{\underline{120}} \text{ spôsobov}$$

$$\textcircled{15} \quad 24 \cdot 15 = 360 \text{ rôznych páarov } (\text{ch} + \text{d})$$

\textcircled{16} 20 žiakov, vyberáme dvoch

$$\Rightarrow \binom{20}{2} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18!}{2 \cdot 18!} = 190 \text{ spôsobov}$$

\textcircled{17} stretnutí 21

hráčov ~~x~~

$$\binom{x}{2} = 21$$

$$\frac{x!}{2!(x-2)!} = 21$$

$$\frac{x \cdot (x-1) \cdot (x-2)!}{2 \cdot (x-2)!} = 21$$

$$\frac{x(x-1)}{2} = 21 \quad | \cdot 2$$

$$x(x-1) = 42$$

$$x^2 - x = 42 \quad | -42$$

$$x^2 - x - 42 = 0$$

$$x^2 - x - 42 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-42) = 169$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{169}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm 13}{2} = \begin{cases} 7 \\ -6 \end{cases}$$

→ keďže nás zaujíma kladný výsledok
(počet hráčov), výsledok je 7 hráčov

\textcircled{18} dievčat 20

chlapcov 15

5-členné hliadky: 3 dievčatá a 2 chlapci

$$\binom{20}{3} \cdot \binom{15}{2} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17!}{3! \cdot 17!} \cdot \frac{15 \cdot 14 \cdot 13!}{2! \cdot 13!}$$

$$= \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 15 \cdot 14}{6 \cdot 2} = \underline{\underline{119'700}}$$

$$\textcircled{19} \quad \frac{C_3(28)}{C_4(32)} = \frac{\binom{28}{3}}{\binom{32}{4}} = \frac{\frac{28!}{3! \cdot 25!}}{\frac{32!}{4! \cdot 28!}} = \frac{\frac{28 \cdot 27 \cdot 26 \cdot 25!}{6 \cdot 25!}}{\frac{32 \cdot 31 \cdot 30 \cdot 29 \cdot 28!}{24 \cdot 28!}} = \underline{\underline{\textcircled{*}}}$$

$$\begin{aligned}
 19) \quad & \text{(*)} = \frac{\cancel{28 \cdot 27 \cdot 26}}{6} = \frac{28 \cdot 27 \cdot 26 \cdot 24^4}{32 \cdot 31 \cdot 30 \cdot 29} = \\
 & = \frac{28 \cdot 27 \cdot 26 \cdot 4^2}{8 \cdot \cancel{32} \cdot \cancel{31} \cdot \cancel{30} \cdot 29} = \frac{7 \cdot 27 \cdot 26 \cdot 2^1}{8 \cdot 31 \cdot 15 \cdot 5} = \\
 & = \frac{7 \cdot 9 \cdot 26^{13}}{4 \cdot 31 \cdot 5 \cdot 29} = \frac{7 \cdot 9 \cdot 13}{2 \cdot 31 \cdot 5 \cdot 29} = \underline{\underline{\frac{819}{8990}}}
 \end{aligned}$$

tu už nemáme čo skrátit, takže čitatelia a menovatelia len rozvášobím

$$\frac{819}{8990} = 0,091$$

presná hodnota

približná hodnota

využili sme vzťah:

$$\boxed{\frac{a}{b} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}}$$

Písomná práca $\frac{3}{4}$:

$$\begin{aligned}
 1) \quad & (13) \cdot (5) \cdot (2) = \frac{13!}{3! \cdot 10!} \cdot \frac{5!}{2! \cdot 3!} \cdot \frac{2!}{1! \cdot 1!} = \\
 & = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10!}{6 \cdot 10!} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{2 \cdot 3!} \cdot \frac{2}{1} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 2}{6 \cdot 2 \cdot 1} = \\
 & = \underline{\underline{5720 \text{ rôznych zostáv}}}
 \end{aligned}$$

$$2) \quad \text{a) párne číslo : } 2, 4, 6 \Rightarrow m=3$$

$$p = \frac{m}{n} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = \underline{\underline{50\%}}$$

$$\text{b) číslo deliteľné dromav: } 2, 4, 6 \Rightarrow m=3$$

$$p = \frac{m}{n} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = \underline{\underline{50\%}}$$

$$\text{c) číslo menšie ako } 6 : 1, 2, 3, 4, 5 \Rightarrow m=5$$

$$p = \frac{m}{n} = \frac{5}{6} = 0,83 = \underline{\underline{83,3\%}}$$

$$\left. \begin{array}{l} 20 \text{ A} \rightsquigarrow 2 \text{ A} \\ 30 \text{ G} \rightsquigarrow 3 \text{ G} \end{array} \right\} \text{na písomnej práci} : \frac{(20)}{2} \cdot \frac{(30)}{3} =$$

$$= \frac{20 \cdot 19 \cdot 18!}{2! \cdot 18!} \cdot \frac{30 \cdot 29 \cdot 28 \cdot 27!}{3! \cdot 27!} = \underline{\underline{77140}}$$

④ 7 mužov
4 ženy } 6-členná skupina, v nej 3 ženy:
ak majú byť 3 ženy, musí
budú tiež traja

$$\Rightarrow \binom{7}{3} \cdot \binom{4}{3} = \frac{7!}{3! \cdot 4!} \cdot \frac{4!}{3! \cdot 1!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{6 \cdot 4!} \cdot \frac{4 \cdot 3!}{3!}$$

$$= \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{6} = \underline{\underline{140 \text{ možnosti}}}$$

⑤ 60 baniek
6 zle označených

$$P[\text{vyberieme } 5, \text{ z nich } 3 \text{ správne ozn.}] =$$

$$= \frac{\binom{54}{3} \cdot \binom{6}{2}}{\binom{60}{5}} = \frac{\frac{54 \cdot 53 \cdot 52 \cdot 51!}{3! \cdot 51!} \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 4!}{2! \cdot 4!}}{\frac{60 \cdot 59 \cdot 58 \cdot 57 \cdot 56 \cdot 55!}{5! \cdot 55!}} =$$

$$= \frac{54 \cdot 53 \cdot 52 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 120}{6 \cdot 2 \cdot 60 \cdot 59 \cdot 58 \cdot 57 \cdot 56} \doteq 0,068124 \doteq \underline{\underline{6,8\%}}$$

⑥ 19 chlapcov
12 dievčat

a) $P = \frac{\binom{19}{3}}{\binom{31}{3}} = \frac{\frac{19!}{3! \cdot 16!}}{\frac{31!}{3! \cdot 28!}} \doteq \underline{\underline{21,6\%}}$

b) $P = \frac{\binom{12}{3}}{\binom{31}{3}} = \frac{\frac{12!}{3! \cdot 9!}}{\frac{31!}{3! \cdot 28!}} \doteq \underline{\underline{4,9\%}}$

c) $P = \frac{\binom{19}{2} \cdot \binom{12}{1}}{\binom{31}{3}} = \frac{\frac{19!}{2! \cdot 17!} \cdot \frac{12!}{1! \cdot 11!}}{\frac{31!}{3! \cdot 28!}} \doteq \underline{\underline{45,7\%}}$

Písomná práca:

①

a) môže padnúť: 2, 4, 6 $\Rightarrow m=3$

$$p = \frac{m}{n} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = \underline{\underline{50\%}}$$

b) môže padnúť: 3, 6 $\Rightarrow m=2$

$$p = \frac{m}{n} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = \underline{\underline{33,3\%}}$$

c) $p = \frac{m}{n} = \frac{0}{6} = \underline{\underline{0\%}}$

② 13 útočníkov

5 obrancov

2 brankárov

} spolu 20 hráčov

$$\binom{13}{3} \cdot \binom{5}{2} \cdot \binom{2}{1} = \frac{13!}{3! \cdot 10!} \cdot \frac{5!}{2! \cdot 3!} \cdot \frac{2!}{1! \cdot 1!} =$$

$$= \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10!}{6 \cdot 10!} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{2 \cdot 3!} \cdot 2 =$$

$$= \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 2}{6 \cdot 2} = 13 \cdot 11 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 2 = \underline{\underline{5720}}$$

môžnych rôznych zostáv

③

výrobkov ... 30

chybné ... 3 z nich

$P[\text{vyberieme } 5, z \text{ nich najviac } 2 \text{ chybné}] =$

$= 1 - P[\text{vyberieme } 5, z \text{ nich budú } 3 \text{ chybné}] =$

$$= 1 - \frac{\binom{3}{3} \cdot \binom{27}{2}}{\binom{30}{5}} = 1 - \frac{1 \cdot \frac{27!}{2! \cdot 25!}}{\frac{30!}{5! \cdot 25!}} = 1 - \frac{\frac{27 \cdot 26 \cdot 25!}{2 \cdot 25!}}{\frac{30 \cdot 29 \cdot 28 \cdot 27 \cdot 26 \cdot 25!}{120 \cdot 25!}} =$$

$$= 1 - \frac{\cancel{27 \cdot 26 \cdot 120}^2}{\cancel{1 \cdot 30 \cdot 29 \cdot 28 \cdot 27 \cdot 26}} = 1 - \frac{2}{29 \cdot 28} = \underline{\underline{99,75\%}}$$

④

3. A: 22 študentov $\rightsquigarrow 3 \}$ vyberá
3. B: 17 študentov $\rightsquigarrow 2 \}$ vyberá

$$\binom{22}{3} \cdot \binom{17}{2} = \frac{22!}{3! \cdot 19!} \cdot \frac{17!}{2! \cdot 15!} = \frac{22 \cdot 21 \cdot 20 \cdot 19!}{6 \cdot 19!} \cdot \frac{17 \cdot 16 \cdot 15!}{2 \cdot 15!}$$

$$= \frac{22 \cdot 21 \cdot 20 \cdot 17 \cdot 16}{6 \cdot 2} = \underline{\underline{209440}} \text{ možnosti výberu}$$

⑤

$$\underline{\underline{A}} \quad \underline{\underline{B}} \quad \underline{\underline{C}} \quad \underline{\underline{D}} \quad \underline{\underline{E}}$$

$$\rightarrow A \text{ sedí vedľa } C \Rightarrow \begin{array}{c} \textcircled{A} \\ \textcircled{C} \end{array} \quad \underline{\underline{B}} \quad \underline{\underline{D}} \quad \underline{\underline{E}}$$

tento pravok môžeme bráť ako jeden, lebo je vždy spolu

$$\Rightarrow 2 \cdot P(4) = 2 \cdot 4! = \underline{\underline{48}} \text{ možnosti usporiadania}\}$$

↓
sedadiel

Kynásobím $\times 2$, pretože mám vždy možnosť
AC aj CA

⑥ Prvocísla 1-20: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 $\Rightarrow m=8$

$$\mu = \frac{m}{n} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5} = \underline{\underline{40\%}}$$

⑦

$$0, 2, 3, 4, 5, 6, 7$$

trojčiferné číslo: A B C

\rightarrow na 1. miesto "A" môžem dať ľubovoľné číslo okrem 0 $\Rightarrow \underline{\underline{6}}$ rôznych cifier

\rightarrow na 2. miesto "B" môžem dať ľubovoľné číslo $\Rightarrow \underline{\underline{7}}$ rôznych cifier

\rightarrow na 3. miesto "C" môžem dať ľubovoľné číslo $\Rightarrow \underline{\underline{7}}$ rôznych cifier

$$\mu = \frac{m}{n} ; m = \underline{\underline{1}} \text{ jediné číslo (445)}$$

$$n = 6 \cdot 7 \cdot 7 = \underline{\underline{294}}, \text{ možných čísel}$$

$$\mu = \frac{1}{294} = \underline{\underline{0,34\%}}$$

Písomná práca 3/4 ročného 2. P.:

① A B C D E F

→ na každé z daných 6 miest môžem dosadiť ľubovoľné písmeno

$$\Rightarrow V_6(26) = 26^6 = \underline{\underline{308'915'776}} \text{ slov}$$

② 2 brankári → 1

8 obrancov → 2

12 útočníkov → 3

} ryberámi

$$\begin{aligned} \binom{2}{1} \cdot \binom{8}{2} \cdot \binom{12}{3} &= \frac{2!}{1! \cdot 1!} \cdot \frac{8!}{2! \cdot 6!} \cdot \frac{12!}{3! \cdot 9!} = \\ &= 2 \cdot \frac{8 \cdot 7 \cdot 6!}{2 \cdot 6!} \cdot \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9!}{6 \cdot 9!} = \frac{2 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10}{2 \cdot 6} = \\ &= 2 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 10 = \underline{\underline{12'320}} \text{ možných rôznych zostáv} \end{aligned}$$

③ Každým bodom počnúc môžeme vytvoriť spojnicu s ďalším 6 bodmi. Tako nám vzniknú priamky. My chceme spočítať počet všetkých priamok, každú práve raz:

z 1. bodu: 6 priamok

z 2. bodu: 5 ďalších priamok

z 3. bodu: 4 ďalšie priamky

z 4. bodu: 3 ďalšie priamky

z 5. bodu: 2 ďalšie priamky

z 6. bodu: 1 ďalšia priamka

7. bod už je spojený so všetkými ostatnými

$$\Rightarrow 6+5+4+3+2+1 = \underline{\underline{21 \text{ rôznych priamok}}$$

④

1	2	3
4	5	6
7	8	9

$$\binom{9}{4} = \frac{9!}{4! \cdot 5!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{24 \cdot 5!} = \underline{\underline{126}}$$

rôznych spôsobov

⑤ $20 \text{ A} \rightsquigarrow 1$
 $30 \text{ B} \rightsquigarrow 2$

$$\binom{20}{1} \cdot \binom{30}{2} = \frac{20 \cdot 19!}{1! \cdot 19!} \cdot \frac{30 \cdot 29 \cdot 28!}{2! \cdot 28!} = \\ = \frac{20 \cdot 30 \cdot 29}{2} = \underline{\underline{8700}} \text{ možnosti}$$

⑥ 20 dierčat $\rightsquigarrow 3$
 $15 \text{ chlapcov} \rightsquigarrow 2$

$$\binom{20}{3} \cdot \binom{15}{2} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17!}{3! \cdot 17!} \cdot \frac{15 \cdot 14 \cdot 13!}{2! \cdot 13!} = \\ = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18}{6} \cdot \frac{15 \cdot 14}{2} = 20 \cdot 19 \cdot 3 \cdot 15 \cdot 7 = \\ = \underline{\underline{119'700}} \text{ rôznych päťciferných triadiok}$$

⑦ $0, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \rightarrow 3\text{-ciferné prirodzené deliteľné č. 5}$

A B C

\rightsquigarrow na 1. miesto "A" môžem dať ľubovoľné číslo
okrem 0 $\Rightarrow \underline{\underline{6}}$ rôznych cifier

\rightsquigarrow na 2. miesto "B" môžem dať ľubovoľné číslo
 $\Rightarrow \underline{\underline{7}}$ rôznych cifier

\rightsquigarrow na 3. miesto môžem dať iba číslo 0 v 5
 $\Rightarrow \underline{\underline{2}}$, rôzne cifry

$\Rightarrow 6 \cdot 7 \cdot 2 = \underline{\underline{84 \text{ rôznych čísel}}}$

⑧ 10 bielych $\rightsquigarrow 1$
 $8 \text{ čiernych} \rightsquigarrow 1$

$$\binom{10}{1} \cdot \binom{8}{1} = 10 \cdot 8 = \underline{\underline{80 \text{ možných drojíc}}}$$

⑨ 20 plávov:

$$\left. \begin{array}{l} 8 \text{ Žien} \\ 12 \text{ mužov} \end{array} \right\} V_{12}(20) = \frac{20!}{(20-12)!} = \frac{20!}{8!} =$$

$$= 20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 =$$

$$= \underline{\underline{60'339'831'552'000}}$$

rôznych umiestnení mužov

⑩ $0, 1, 2, 5, 7, 9 \rightarrow$ prirodzené čísla < 8000

1-ciferné: $1, 2, 5, 7, 9 \rightarrow \underline{5 \text{ čísel}}$

2-cif.: A B

\rightarrow na 1. miesto môžeme dať čokoľvek
okrem 0 $\Rightarrow 5$ čísel

\rightarrow na 2. miesto môžeme dať čokoľvek
 $\Rightarrow 6$ čísel

$$\Rightarrow 5 \cdot 6 = \underline{\underline{30 \text{ čísel}}}$$

3-cif.: A B C

\rightarrow na 1. miesto "A" môžeme dať čokoľvek
okrem 0 $\Rightarrow 5$ čísel

\rightarrow na 2. a 3. miesto "B" a "C" môžeme
dať čokoľvek $\Rightarrow 6$ čísel

$$\Rightarrow 5 \cdot 6 \cdot 6 = \underline{\underline{180 \text{ čísel}}}$$

4-cif.: A B C D

\rightarrow na 1. miesto "A" môžeme dať čokoľvek
okrem 0 a 9 $\Rightarrow 4$ čísla

\rightarrow na 2., 3. a 4. miesto môžeme dať čokoľvek
 $\Rightarrow 6$ čísel

$$\Rightarrow 4 \cdot 6^3 = \underline{\underline{864 \text{ čísel}}}$$

\Rightarrow Prirodzených čísel menších ako 8'000
zostavencích z dvanásťich číslic existuje
 $5 + 30 + 180 + 864$ a teda 1079.

(11)

P P P C C C

$$28 \cdot 28 \cdot 28 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 28^3 \cdot 10^3 = \underline{\underline{21952'000}}$$

značiek

(12)

D₁ D₂ D₃ (S₁ S₂)



sestry chová stáť vedľa seba,
môžeme ich brať teda za
jedný pravok; výsledok potom
vynásobíme × 2, lebo vtedy
je možnosť, že stojia v dvoch
rôznych usporiadaniach: S₁ S₂ ∨ S₂ S₁

$$\Rightarrow 2 \cdot P(4) = 2 \cdot 4! = 2 \cdot 24 = \underline{\underline{48 \text{ spôsobov}}}$$

(13)

10 knúh, z nich 4 detektívky vedľa seba

K₁ K₂ K₃ K₄ K₅ K₆ (D₁ D₂ D₃ D₄)

detektívky sú vtedy vedľa seba, môžeme ich
teda brať za jediný pravok;

výsledok potom vynásobíme × P(4), lebo
dané detektívky môžeme vtedy poprehadovať
medzi sebou $P(4) = 4!$ spôsobmi

$$\Rightarrow P(4) \cdot P(7) = 4! \cdot 7! = 24 \cdot 5040 = \underline{\underline{120'960}}$$

môžnych rôznych
usporiadanií knúh

(14) 24 chlapcov }
15 dievčat } rytráramie páry

$$24 \cdot 15 = \underline{\underline{360}} \text{ môžnych rôznych
(ob+ch) párov}$$